

## EFFEKTE DER LUFTSTRÖMUNG AUF DAS HYGROTHERMISCHE VERHALTEN VON LEICHTEN UMFASSUNGSKONSTRUKTIONEN

John Grunewald und Andreas Nicolai  
 Department of Mechanical and Aerospace Engineering  
 Syracuse University, 149 Link Hall  
 Syracuse, NY 13244-1240  
 email: jgrunewa@syr.edu, anicolai@syr.edu  
 www.bauklimatik-dresden.de/delphin5

### KURZFASSUNG

In dem Beitrag werden die Bilanzgleichungen eines neu entwickelten Modells zur gekoppelten Wärme-, Luft- und Feuchteberechnung (CHAMS) und die Voraussetzungen zur Berücksichtigung der Effekte dreidimensionaler Luftflüsse vorgestellt. Die Leistungsfähigkeit des numerischen Verfahrens wird anhand von praxisrelevanten Anwendungsfällen, der Simulation des hygrothermischen Verhaltens einer leichten Wandkonstruktion und eines durchlüfteten Daches, demonstriert.

### ABSTRACT

The paper presents the governing equations and assumptions of a newly developed model for Coupled Heat, Air and Moisture Simulation (CHAMS). An approach for considering three-dimensional air flow effects is introduced. The capabilities of the numerical model are demonstrated by application to a lightweight wall assembly and a roof construction used in moderate climatic zones.

### EINLEITUNG

Hygrothermische Simulationsprogramme für den gekoppelten Feuchte- und Wärmetransport in Baukonstruktionsdetails haben einen Entwicklungsstand erreicht, der deren praktische Anwendung rechtfertigt. Einschränkungen gibt es nur noch hinsichtlich der Qualität und Verfügbarkeit der Eingabewerte, z.B. der Materialkennwerte und Klimadaten. Ein weiterer Schritt in Richtung realistischer Simulation luftdurchlässiger Materialien besteht in der Berücksichtigung der Effekte der Luftströmung, was von besonderem praktischen Interesse für Leichtbauwände und luftdurchströmte Dächer ist.

Es existieren in der Literatur numerische Methoden für nichtlineare partielle Systeme von Differentialgleichungen, deren Anwendbarkeit auf hygrothermische Probleme aus Gründen der Rechengeschwindigkeit bisher allerdings auf zweidimensionale Fälle beschränkt ist. Die Methode der Kopplung der Bilanzgleichungen für Wärme, Feuchte und Luft beeinflusst dabei maßgeblich die Effizienz der numerische Lösungsverfahren. Die

Erweiterung auf dreidimensionale Probleme stellt bislang eine Herausforderungen dar.

### NUMERISCHES MODELL

Delphin 5 ist ein neu entwickeltes, auf modernen C++ Standards basierendes Simulationsprogramm, das im wesentlichen auf den Konzepten des Vorgängerprogramms DELPHIN4 basiert, jedoch durch ein neues Softwaredesign erheblich an Leistungsfähigkeit, Sicherheit und Nutzerfreundlichkeit gewonnen hat. Die hier kurz vorgestellten und in der Software implementierten Bilanzgleichungen und deren numerische Lösung sind für DELPHIN4 und Delphin 5 identisch.

### Bilanzgleichungen

Stellvertretend für die einzelnen Gleichungen sei hier eine allgemeine Bilanzgleichung (1) bezüglich der extensiven Größe  $E$  angeführt. Diese Gleichung enthält die typischen zur Bilanzierung transportabler Erhaltungsgrößen notwendigen Terme: die zeitliche Änderung der  $E$ -Dichte  $\rho_{REV}^E$  im Referenzvolumen, die Divergenz der konvektiven und diffusiven Flüsse  $j_{conv}^E$ ,  $j_{diff}^E$  und einen Quellterm  $\sigma_{REV}^E$ .

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{REV}^E = \frac{\partial}{\partial x} [j_{conv}^E + j_{diff}^E] + \sigma_{REV}^E \quad (1)$$

Das Ersetzen der  $E$ -Dichte durch die in Gl. (2) spezifizierten Größen Feuchtemasse, Luftmasse und innere Energie pro Referenzvolumen ergibt das zu lösende parabolische System von partiellen Differentialgleichungen. Die Feuchtemassenbilanz wurde dabei aus der Summe der Flüssigwassermassenbilanz und der Massenbilanz des Wasserdampfes gebildet. Die konvektiven und diffusiven Flüsse können nach Gl. (3) zum Gesamtfluß zusammengefasst werden.

$$\rho_{REV}^E = \{ \rho_{REV}^{m_{w+}}, \rho_{REV}^{m_a}, \rho_{REV}^U \} \quad (2)$$

$$j^E = j_{conv}^E + j_{diff}^E \quad (3)$$

Im Falle der Feuchtemassenbilanz werden der kapillare Flüssigwassertransport, die Dampfdiffusion und der konvektive Dampftransport berücksichtigt. Die Luftmassenbilanz enthält nur einen konvektiven

Fluß. Die Energiebilanz berücksichtigt neben der Wärmeleitung auch den konvektiven bzw. diffusiven Transport von innerer Energie und Enthalpie. Um dreidimensionale Effekte der Luftdurchströmung berücksichtigen zu können, wird folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

1. 2D-Vorberechnung des Problems in y-z-Richtung (Feuchte-Wärme-Luft), um die Luftvolumenstromdichte, sowie die Temperatur- und Dampfmassenkonzentrationsgradienten in z-Richtung zu ermitteln.
2. Simulation in x-y-Ebene (Feuchte-Wärme-Luft) mit Berücksichtigung der Feuchte- und Wärmeeffekte der Luftströmung in z-Richtung in Form einer Quelle bzw. Senke in der Feuchtemassen- und Energiebilanz.

$$\sigma_{REV}^{m_{ev}} = \rho_{air} \frac{\partial c_v}{\partial z} \dot{v}_{air} \quad \text{Feuchtequelle in } kg/m^3 s \quad (4)$$

$$\sigma_{REV}^U = \rho_{air} c_{T,air} \frac{\partial T}{\partial z} \dot{v}_{air} \quad \text{Energiequelle in } J/m^3 s$$

In den Gln. (4) sind  $\dot{v}_{air}$  die Volumenstromdichte der Luft in  $m^3/m^2s$ , die  $c_v$  Dampfmassenkonzentration in  $kg/kg$ ,  $T$  die Temperatur in  $K$ ,  $c_{T,air}$  die spezifische Wärmekapazität in  $J/kgK$  und  $\rho_{air}$  die Dichte der Luft in  $kg/m^3$ .

### Numerische Lösung

Die numerische Lösung läßt sich kurz in vier Schritten zusammenfassen. Zunächst integriert man Gl. (1) über ein beliebiges Volumen und transformiert das Volumenintegral der Divergenzen der Flüsse mit Hilfe des Gaußschen Integrialsatzes in ein Oberflächenintegral (5).

$$\int_V \frac{\partial \rho^E}{\partial t} dV = \int_A j^E \vec{n} dA + \int_V \sigma^E dV \quad (5)$$

Das Gleichungssystem (5) wird anschließend durch Semidiskretisierung des Ortes in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen umgewandelt und über die Zeit integriert. Die Lösung ist dann durch Gl. (6) gegeben.

$$\rho_i^E(t) = \int_0^t \left( \frac{1}{\Delta V_i} \sum_k j_{i,k}^E \vec{n} \Delta A_{i,k} + \sigma_i^E \right) \cdot dt \quad (6)$$

Es ist zweckmäßig, die zeitliche Integration mit Hilfe von geeigneter Solver-Software auszuführen. Sowohl bei DELPHIN4 als auch bei Delphin 5 wird der CVODE-Integrator verwendet, der zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungssysteme der Form  $\dot{Y} = f(Y, t)$  entwickelt wurde. CVODE ist Bestandteil des SUNDIALS-Paketes (Hindmarsh et al. 2005). Es kommen Mehrschrittverfahren variabler Ordnung zum Einsatz, die eine flexible und schnelle numerische Berechnung erlauben.

Die Luftmassenbilanz muß nur in Ausnahmefällen instationär gelöst werden. Für baupraktische Anwendungsfälle, bei denen das hygrothermische Verhalten im Mittelpunkt des Interesses steht, reicht es aus, in bestimmten Zeitintervallen die stationäre Lösung des Luftdruckfeldes und der konvektiven Luftströme zu ermitteln. Diese Vorgehensweise ist gerechtfertigt. Es läßt sich zeigen, dass beim Anlegen einer Sprung-Randbedingung die Zeitkonstante der typischen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals für die Luftmassenbilanz um einen Faktor  $10^5$ - $10^7$  kleiner ist als für die Feuchte- und die Energiebilanz.

### ANWENDUNGSFÄLLE

Die Validierung von numerischen Simulationsprogrammen ist ein komplexer Prozess, der in mehreren Stufen durchgeführt werden sollte. Die erste Stufe der Validierung sind Plausibilitätstests, die hier vorgestellt werden sollen.

#### Leichte Wandkonstruktion

Als 2D-Anwendungsfall dient eine leichte Wandkonstruktion (Abb. 1), die durch Undichtigkeiten an den Rahmenanschlüssen von Luft durchströmt wird. Der Luftvolumenstrom beträgt 0, 0,01, 0,1, 1,0 10,0 und 50,0  $m^3/h$  (Exfiltration), der Simulationszeitraum 120 h und die Randbedingungen innen/außen  $\varphi=50\%/80\%$  bzw.  $T=20^\circ C/10^\circ C$ .

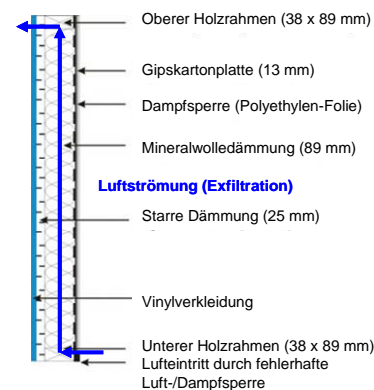


Abbildung 1: Konstruktionsaufbau einer Leichtbauwand mit Luftdurchströmung

Die erzielten Simulationsergebnisse entsprechen den Erwartungen. Stellvertretend seien hier die Felder der relativen Luftfeuchte nach 120 h dargestellt (Abb. 2). Es zeigt sich, dass mit zunehmenden Exfiltrationsstrom (ab 0,1  $m^3/h$ ) die Feuchteakkumulation auf der kalten Seite der Konstruktion kritische Werte annimmt. Bei noch höherem Luftstrom nehmen die Feuchtegehalte wieder ab, allerdings übersteigen dann die latenten Energieverluste (durch Luftströmung) den Transmissionswärmeverlust ab einem Wert von 1,0  $m^3/h$ .

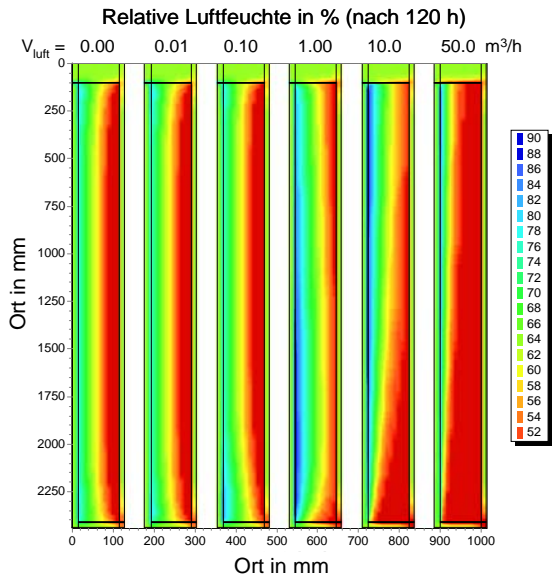


Abbildung 2: Felder der relativen Luftfeuchte in der Leichtbauwand für verschiedene Luftvolumenströme

Die Simulation zeigt, dass bei luftdurchströmten Leichtbauwänden mit zunehmender Undichtigkeit zuerst ein Feuchteproblem entsteht, bevor die Energieverluste maßgeblich zu Buche schlagen. Das stimmt mit praktischen Erfahrungen überein. Durch die Auswertung weiterer Simulationsergebnisse konnte die Plausibilität der Resultate bestätigt werden.

### Belüftetes/nicht belüftetes Dach

Als weiterer Anwendungsfall dient ein Dachaufbau, der normalerweise in der belüfteten Variante ausgeführt wird. Zum Vergleich wird hier auch eine unbelüftete Variante gerechnet.

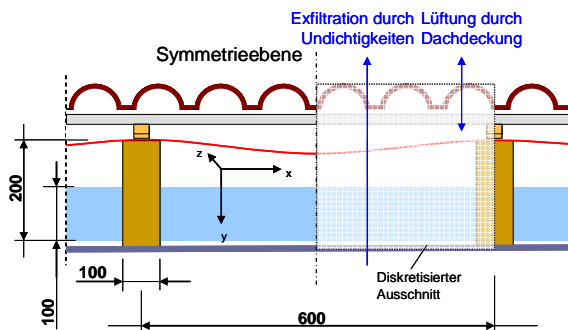


Abbildung 3: Typischer konstruktiver Aufbau eines luftdurchströmten Daches (Darstellung x-y-Ebene)

Der Dachaufbau in Abb. 3 besteht von innen nach außen aus einer Gipskartonplatte, einer Mineralwolle-dämmung, einer Luftschicht, der Unterspannbahn, einer weiteren Luftschicht, den Dachlatten und der Dachdeckung. Eine Dampfsperre zwischen Innenverkleidung und Dämmung, die den Feuchteintrag von innen her unterbinden würde, ist nicht vorgesehen. Die Dachkonstruktion ist daher unter den angesetzten Klimabedingungen (Syracuse, NY, kalte Klimazone) nicht geeignet. Die Lüftung

des Daches erfolgt auf drei verschiedene Arten: 1. Strömung von der Traufe zum First in z-Richtung, 2. Belüftung des oberen Luftraumes durch Austausch mit der Außenluft und 3. Luftströmung von innen nach außen infolge Undichtigkeit der Bauteile (auch der Unterspannbahn).

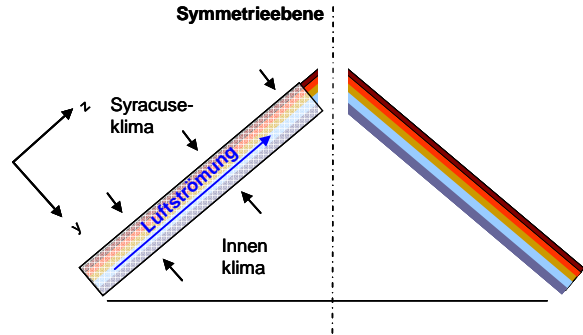


Abbildung 4: Detail Dachausschnitt (y-z-Ebene) für die Vorberechnung der Temperatur- und Dampfkonzentrationsgradienten

In einem ersten Schritt wird das Detail in Abb. 4 berechnet. Die Gradienten der Dampfmassenkonzentration und der Temperatur in z-Richtung werden vorberechnet und in einem zweiten Schritt als Feuchte- und Wärmequelle bzw. -senke bei der Berechnung des Details in Abb. 3 angesetzt.

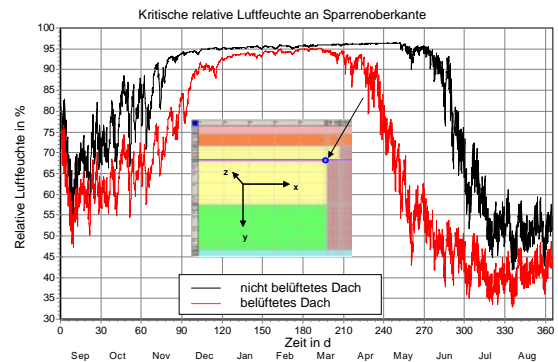


Abbildung 5: Vergleich der relativen Luftfeuchten am kritischen Punkt der Dachkonstruktion

In Abb. 5 ist der Einfluss der Lüftung auf den Jahresgang der Feuchte an der Oberkante des Sparrens dargestellt. Im Winter kommt es zu keiner spürbaren Austrocknung. Der Diffusionsstrom von innen überwiegt das Trocknungspotential der Lüftung. Auch die Ergebnisse des zweiten Anwendungsfalles entsprechen den Erwartungen und können als Ermutigung zur weiteren Entwicklung und Validierung des Modells gewertet werden.

### LITERATUR

Hindmarsh, A., et al. 2005. SUNDIALS: Suite of Nonlinear and Differential/Algebraic Equations Solvers. ACM Transactions on Mathematical Software.