UTILISATION DES g-FUNCTIONS DE ESKILSON POUR LA SIMULATION DE SYSTÈMES GÉOTHERMIQUES

Massimo Cimmino[1], Michel Bernier[1], Philippe Pasquier[2]
[1] Département de génie mécanique,
[2] Département des génies civil, géologique et des mines,
École Polytechnique de Montréal

Résumé

Cet article vise à présenter et à illustrer l'utilisation des *g-functions* d'Eskilson pour la simulation de systèmes géothermiques. La méthode d'agrégation des charges multiple et une méthode spectrale sont présentées et comparées à travers un exemple faisant intervenir un champ de 6 par 3 puits géothermiques soumis à des taux d'extraction et d'injection de chaleur variables.

Les deux méthodes sont utilisées pour calculer les températures moyennes du fluide dans le champ de puits géothermiques pour des durées de simulations de 1 et 20 ans. Les résultats montrent que la méthode spectrale permet de réduire le temps requis pour les simulations de plus de 3 ordres de grandeur dans le cas de simulations de 20 ans ainsi que d'améliorer la précision des résultats par rapport à la méthode d'agrégation des charges.

1 Introduction

Entre 2005 et 2009, la puissance installée des systèmes géothermiques a augmenté de 72 % pour atteindre 48 483 MW installés mondialement. Les systèmes de pompes à chaleur géothermiques représentent 68.3 % de ce total (Lund et al. 2011). Au Canada, on dénombre environ 50 000 systèmes de pompes à chaleur géothermiques dans le secteur résidentiel et 5 000 dans le secteur commercial (Thompson 2010).

La figure 1 montre les principales composantes d'un système de pompes à chaleur géothermiques à puits verticaux. Le fonctionnement de ce système est relativement simple. Un fluide caloporteur est pompé à travers une série de puits verticaux, dont l'ensemble forme l'échangeur géothermique, où la chaleur est puisée (ou rejetée) entraînant une diminution (ou une augmentation) de la température de ce fluide. Les puits verticaux sont typiquement constitués de tuyaux en polyéthylène haute densité (PEHD) placés dans des puits forés d'un diamètre d'environ 15 cm. La profondeur des puits varie d'une installation à l'autre, mais est généralement de l'ordre de 50 à 150 m. Après son passage dans l'échangeur géothermique, le fluide retourne dans le bâtiment où une ou plusieurs pompes à chaleur récupèrent (ou rejettent) la chaleur dans la boucle.

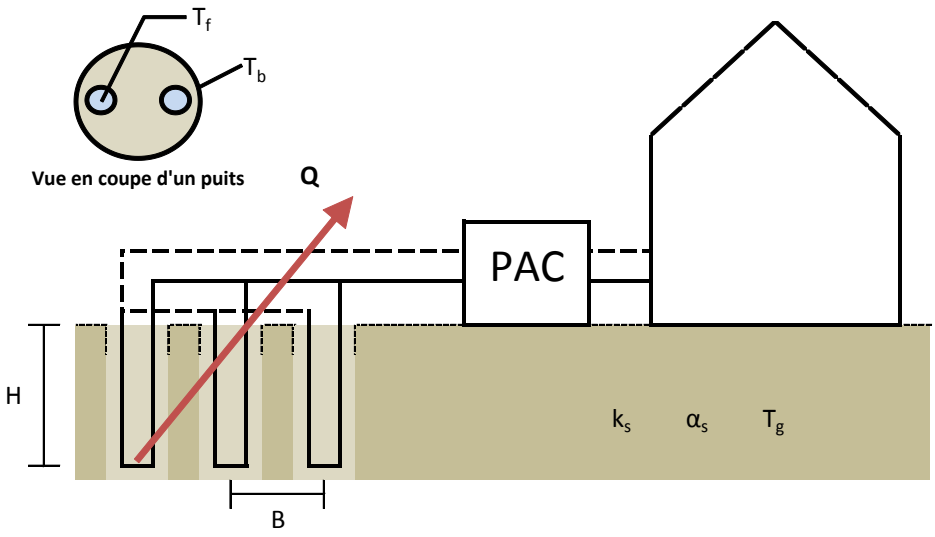

Figure 1 : Schéma du système géothermique

Le design de tels systèmes est un processus itératif dont le but est de minimiser la longueur de l'échangeur géothermique vertical - et ainsi le coût du forage des puits géothermiques - de façon à garder une température du fluide caloporteur acceptable à l'entrée des pompes à chaleur. Connaissant les besoins thermiques du bâtiment, les températures du fluide à l'entrée des pompes à chaleur peuvent être calculées au moyen de simulations horaires.

Eskilson (1987) développe en 1987 un modèle numérique pour le calcul du transfert de chaleur entre les puits géothermiques et le sol. Son modèle permet de calculer l'évolution de la température à la paroi des puits soumis à une extraction constante de chaleur. Les résultats sont présentés sous la forme de courbes adimensionnelles appelées *g-functions*. Les *g-functions* ont été publiées pour une variété de géométries du champ de puits et d'espacements et sont d'ailleurs utilisées dans divers logiciels de simulation énergétique des bâtiments, notamment eQuest et EnergyPlus (Fisher et al. 2006).

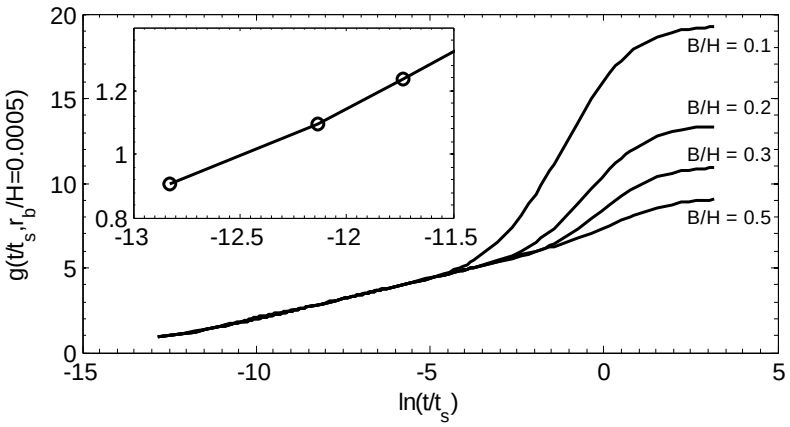

Figure 2 : g-functions d'un champ de 6 par 3 puits.

A titre d'exemple la figure 2 montre les *g-functions* pour un champ rectangulaire de 6 par 3 puits. Les *g-functions* sont définies de la façon suivante:

$$T_b = T_g - \frac{q}{2\pi k_s} \cdot g(t/t_s, r_b/H, B/H), \quad (1)$$

où T_b (voir figure 1) représente la température à la paroi des puits, T_g est la température non perturbée du sol, q est le taux d'extraction de chaleur par unité de longueur de puits, k_s est la conductivité thermique équivalente du sol, t est le temps, $t_s = H^2/9\alpha_s$ est un temps caractéristique du champ de puits, r_b est le rayon des puits, H est la longueur des puits, B est l'espacement entre deux puits voisins et α_s est la diffusivité thermique du sol. Sur la figure 2, il est à noter que pour $ln(t/t_s) > -5$, les *g-functions* correspondent à celles présentées par Eskilson (1987). Les courbes ont été étendues à de plus petites valeurs de $ln(t/t_s)$ afin de permettre leur utilisation pour des simulations horaires. Les trois points montrés dans l'encart seront utilisés dans l'exemple présenté ci-dessous. Il est à noter que pour de faibles valeurs du rapport $ln(t/t_s)$, les différentes courbes de B/H se fondent en une seule, reflétant ainsi le fait qu'il n'y a pas d'interférence thermique entre les différents puits pour de faibles pas de temps.

Puisque les *g-functions* sont adimensionnelles, toutes les configurations de 6 par 3 puits ayant les mêmes paramètres t/t_s, B/H, r_b/H auront les mêmes réponses thermiques. Les *g-functions* ont été précalculées pour un certain nombre de configurations et sont relativement simples à utiliser. Par exemple, en utilisant la figure 2 pour un champ de puits d'une longueur H = 110 m et de rayon r_b = 5.5 cm ayant un espacement B = 11 m (B/H = 0.1) et un sol de conductivité thermique k_s = 2 W/m.°C, de diffusivité thermique α_s = 1e-6 m^2/s et de température non perturbée T_g = 10 °C, la température T_b sera de 31.9 °C après 10 ans ($ln(t/t_s)$ = -1.45) à un taux d'injection constant q =-25 W/m. À l'origine, les *g-functions* n'incluaient pas l'effet de la capacité thermique et de la conductivité thermique des matériaux à l'intérieur du puits. Yavuzturk et Spitler (1999) ont développé un modèle par volume fini permettant de tenir compte des propriétés thermiques de l'intérieur du puits. Yavuzturk et al. (2009) proposent plus tard un modèle amélioré, par éléments finis, où le puits est réduit à un système à une seule dimension et où la boucle en U est remplacée par un seul tuyau de diamètre équivalent. Plus récemment, Claesson et Javed (2011) présentent une solution analytique au problème à une dimension. On réfère généralement à ces solutions en tant que solutions à « court pas de temps » (Yavuzturk & Spitler 1999) puisque l'effet des propriétés thermiques de l'intérieur du puits n'est souvent observable qu'à court terme lors des simulations. Les modèles tels que celui de Eskilson sont des modèles à « long pas de temps ».

De nos jours, les modèles analytiques sont parfois préférés aux modèles numériques tels que les *g-functions* puisqu'ils s'implémentent plus facilement dans les programmes de simulations et qu'ils sont plus flexibles que les modèles numériques. Dans sa thèse, Eskilson (1987) avait proposé le modèle analytique de la source ligne finie (SLF) comme approximation de ses *g-functions*. Zeng et al. (2002) ont utilisé la SLF pour calculer le profil de température à la paroi d'un puits géothermique. Lamarche et Beauchamp (2007) ont proposé une formulation de la SLF permettant de calculer directement la température moyenne à la paroi du puits et ont comparé leur solution aux *g-functions* de Eskilson. Claesson et Javed (2011) ont aussi proposé une formulation pour ce problème.

Lors de la simulation de systèmes géothermiques, la variation de la température à la paroi des puits résultant d'une extraction/injection de chaleur variable dans le temps est obtenue grâce à des algorithmes de superposition temporelle dont les temps de calcul sont proportionnels au nombre de pas de temps. Lorsque le nombre de pas de temps devient très grand lors de simulations à long terme, il est alors nécessaire de faire des approximations lors de la superposition temporelle afin d'accélérer le calcul. Yavuzturk et Spitler (1999) ont proposé une méthode d'agrégation des charges afin de profiter du fait que, pour un temps donné, l'ex-

traction de chaleur aux quelques heures précédant le temps calculé ont beaucoup plus d'impact sur la température à la paroi du puits que les heures lointaines. La méthode consiste à moyenner les taux d'extraction de chaleur du sol de façon à réduire le nombre de pas de temps à considérer lors de la superposition temporelle. Bernier et al. (2004) ont amélioré la précision du calcul en définissant plusieurs groupes d'agrégation. Leur méthode est nommée « agrégation des charges multiple » aussi connue sous l'acronyme "MLAA".

Plus récemment, des méthodes beaucoup plus performantes que les méthodes d'agrégation des charges ont été développées pour la simulation de systèmes géothermiques. Marcotte et Pasquier (2008) ont utilisé la transformée de Fourier discrète afin de résoudre la superposition temporelle des taux d'extraction de chaleur sans agrégation. La méthode permet d'effectuer des simulations horaires sur une durée de 30 ans avec un temps de calcul de l'ordre de la seconde. Lamarche (2009) développe une méthode semi-analytique basée sur le théorème de Duhamel. L'auteur obtient un temps de simulation de l'ordre de la seconde pour une simulation horaire sur une durée de 10 ans.

Le présent article vise à combiner l'utilisation des *g-functions* avec la méthode de la transformée de Fourier discrète pour la simulation énergétique de systèmes géothermiques. En premier lieu, la méthode d'agrégation des charges multiple est présentée pour effectuer la superposition temporelle et obtenir l'évolution de la température des puits. Ensuite, la superposition temporelle est exprimée comme un produit de convolution et une approche spectrale est utilisée pour simuler l'évolution de la température des puits.

2 Méthodologie

Étant donné que la chaleur extraite/injectée d'un puits géothermique varie dans le temps, il n'est pas possible d'utiliser directement les *g-functions* pour évaluer la température des puits. Il est donc nécessaire de faire appel à des algorithmes de superposition temporelle afin de connaître la température des puits suite à une extraction de chaleur variable dans le temps.

Superposition temporelle classique

Afin d'utiliser les *g-functions* pour évaluer la température des puits à un temps *t,* il faut d'abord transformer les taux d'extraction de chaleur q_i en incréments de taux d'extraction $q'_i = q_i - q_{i-1}$. La figure 3 illustre cette transformation.

En considérant que les incréments de taux d'extraction q_i sont des échelons débutant au temps t_i, il est possible d'obtenir la température à la paroi des puits au temps t en additionnant la contribution de chacun des incréments de taux d'extraction.

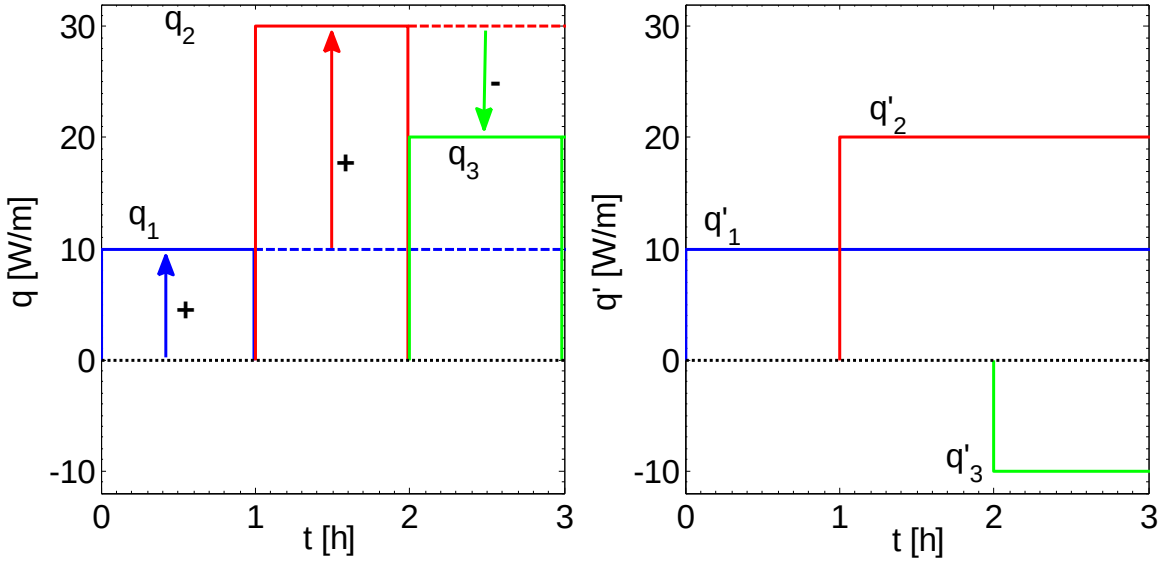

Figure 3 : Illustration du passage entre des taux d'extraction de chaleur de 10, 30, et 20 W/m et des incréments de taux d'extraction de 10, 20, et -10 W/m.

La superposition temporelle est définie comme suit:

$$T_b(t) = T_g - \frac{1}{2\pi k_s} \cdot \sum_{i=1}^{n_t} [q_i^{'} \cdot g((t - t_i)/t_s, r_b/H, B/H)]. \quad (2)$$

où n_t est le nombre de pas de temps de la simulation. Pour l'exemple de la figure 3, n_t = 3.

Par exemple, pour un champ de 6 par 3 puits identique à celui présenté en introduction, la température à la paroi du puits au temps t = 3 h suite aux taux d'extraction de chaleur présentés à la figure 3 est obtenue de la façon suivante:

$$T_b(t = 3\,h) = T_g - \frac{1}{2\pi k_s} \cdot \begin{bmatrix} q_1^{'} \cdot g((t-0)/t_s, r_b/H = 0.0005, B/H = 0.1) \\ +q_2^{'} \cdot g((t-1\,h)/t_s, r_b/H = 0.0005, B/H = 0.1) \\ +q_3^{'} \cdot g((t-2\,h)/t_s, r_b/H = 0.0005, B/H = 0.1) \end{bmatrix},$$

$$T_b(3\,h) = 10°C - \frac{1}{2\pi\left(2\frac{W}{m.K}\right)} \cdot \begin{bmatrix} 10\,W/m \cdot (1.235) \\ +20\,W/m \cdot (1.095) \\ -10\,W/m \cdot (0.905) \end{bmatrix} = 8.0°C. \quad (3)$$

Donc, la température à la paroi du puits baisse de 2 °C en trois heures suite à trois extractions thermiques successives de 10, 30, et 20 W/m. Dans l'équation 3, les valeurs des *g-functions* ont été déterminées à partir de l'encart de la figure 2. L'équation (2) doit être résolue pour chaque temps t afin de connaître l'évolution de la température de la paroi des puits en fonction du temps. Il est important de noter que le nombre de termes dans la somme augmente à chaque pas de temps et que cette somme doit être recalculée à chaque pas de temps car il n'y a aucune récurrence. Il est donc très difficile d'effectuer des simulations sur de longues périodes avec cette méthode puisque celle-ci devient rapidement coûteuse en termes de temps de calcul.

Agrégation des charges multiple

La méthode d'agrégation des charges multiple permet de limiter le nombre de termes à gérer lors de la superposition temporelle. En effet, de plus petits ensembles sont formés pour les taux d'extraction de chaleur qui précèdent l'instant où la température à la paroi des puits est calculée et de plus grands ensembles sont formés pour les taux d'extraction de chaleur ayant lieu longtemps avant l'instant calculé. La figure 4 présente un exemple d'agrégation des charges pour le calcul de la température à la paroi des puits après 20 heures d'extraction de chaleur. Les taux d'extraction de chaleur des 6 dernières heures ont été conservés tels quels. Le reste des taux d'extraction de chaleur (en noir) ont été divisés en groupes de 2, 4 et 8 heures (en bleu).

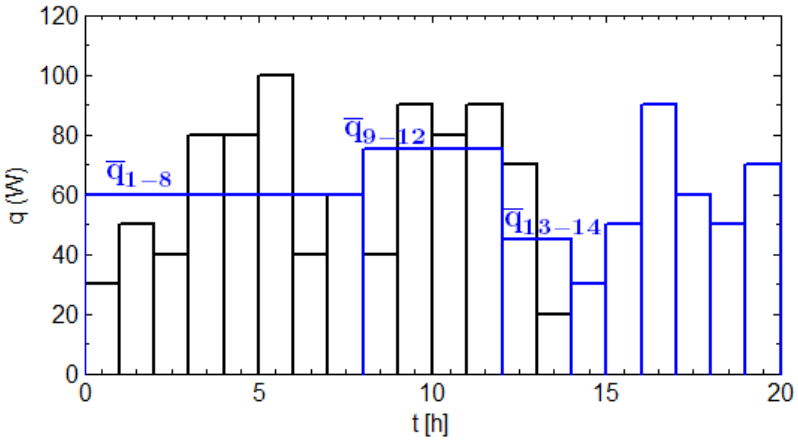

Figure 4 : Exemple de division en groupes pour l'application de la méthode d'agrégation des charges multiple (MLAA).

Une fois les taux d'extraction de chaleur moyens calculés, la température à la paroi des puits est obtenue de la même façon qu'à la section précédente: les incréments de taux d'extraction sont calculés à partir des taux d'extraction de chaleurs moyens et la température à la paroi des puits est obtenue à l'aide de l'équation (2).

Bernier et al. (2004) ont proposé des groupements de taux d'extraction de chaleur optimisés pour des simulations avec un pas de temps d'une heure. Les taux d'extraction de chaleur sont divisés en cinq groupes : les N_h dernières heures sont conservées tandis que le reste des taux d'extraction de chaleur sont divisés en groupes de N_d, N_w, N_m et N_y heures. Les auteurs ont trouvé des valeurs optimales pour la grandeur des groupes : N_h = 12, N_d = 48, N_w = 168 et N_m = 360. N_y correspond au reste des heures depuis le début de la simulation. En divisant les taux d'extraction de chaleur avec cette méthode, la somme de l'équation (2) contient au plus 16 termes pour un pas de temps donné. La figure 5 illustre les cinq groupes de taux d'extraction de chaleur.

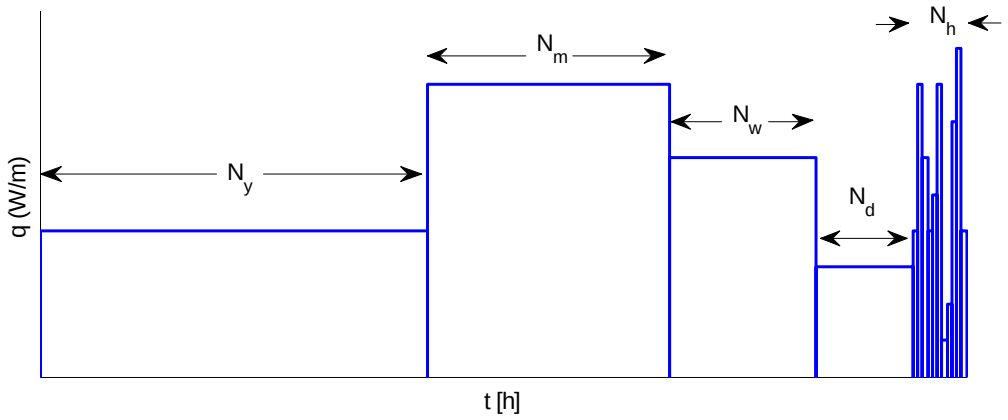

Figure 5 : Illustration des groupes de taux d'extraction de chaleur pour la méthode d'agrégation des charges multiple

Méthode par transformée de Fourier

Une approche spectrale, telle que celle faisant appel aux transformées de Fourier, fournie une solution exacte tout en permettant de traiter la superposition temporelle beaucoup plus rapidement que la méthode d'agrégation des charges. Cette approche profite du fait que l'équation (2) est en fait un produit de convolution qui peut être résolu à l'aide de transformées de Fourier conformément au théorème de convolution:

$$T_b(t) = T_g - \frac{1}{2\pi k_s} \cdot \mathcal{F}^{-1}\left(\mathcal{F}(q_i') \cdot \mathcal{F}\left(g\left(t - t_i \ / t_s, \cdots\right)\right)\right), \tag{4}$$

où $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}^{-1}$ représentent respectivement les transformées de Fourier directe et inverse. Lors de la simulation d'échangeurs géothermiques, les incréments de taux d'extraction q'_i et la *g-function* sont évalués à des temps discrets et réguliers, ce qui permet de résoudre l'équation 4 au moyen d'algorithmes de type FFT (Fast Fourier Transform) tel que celui de Cooley et Tukey (1965).

La transformée de Fourier rapide est communément utilisée pour le traitement de signaux numériques (Le Roux 2007). En faisant le lien entre les domaines temporel et fréquentiel, la transformée de Fourier permet d'aisément isoler ou retirer certains contenus fréquentiels dans les signaux numériques. La transformée de Fourier transforme un signal temporel d'une durée t_{max} échantillonné avec une pas de temps dt en un signal fréquentiel échantillonné à un pas fréquentiel $d\omega = 1/dt$. Pour un signal contenant un nombre impair de données, les fréquences varient entre $-2/t_{max}$ et $2/t_{max}$. Dans le cas où le signal contient un nombre pair de données, les fréquences varient entre $-2/t_{max}$ et $2/t_{max}$-$d\omega$.

Lors de l'utilisation d'une méthode spectrale, il est important de tenir compte des phénomènes de repliement temporel causés par la discrétisation et la troncation des signaux originaux (taux d'extraction et *g-function*). Une façon simple d'éviter le repliement temporel et d'assurer la périodicité du signal est d'ajouter au moins (n_t-1) valeurs nulles à la fin des vecteurs à transformer, n_t correspond au nombre de pas de temps dans la simulation. Cependant, les algorithmes FFT sont beaucoup plus efficaces pour traiter des vecteurs avec un nombre pair de termes. Il est alors plus approprié d'ajouter n_t valeurs nulles aux vecteurs à transformer. Par exemple, il serait nécessaire d'ajouter les termes $q'_4=q'_5=q'_6=0$ aux incréments de taux d'extraction de la figure 3 avant d'effectuer la FFT. Le tableau 1 donne un exemple de

convolution par transformée de Fourier pour le cas présenté à la figure 3. Le phénomène de repliement temporel est illustré en comparant le résultat de l'ajout de zéros au cas où aucun zéro n'est ajouté. Dans l'exemple, $j = \sqrt{-1}$ est le nombre imaginaire. Les transformés de Fourier sont obtenues ici avec les routines *fft* et *fftshift* du logiciel Matlab.

Tableau 1 : Exemple d'utilisation de la transformée de Fourier et démonstration du phénomène de repliement temporel

	t [h]	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	q'_i	10	20	-10	(0)	(0)	(0)
	g	0.905	1.095	1.235	(0)	(0)	(0)
Sans ajout de zéros	**ω [h^{-1}]**	**-0.5**	**0**	**0.5**	**-**	**-**	**-**
	$\mathcal{F}(q'_i)$	5.00+26.0j	20.0	5.00-26.0j	-	-	-
	$\mathcal{F}(g)$	-0.260-0.121j	3.24	-0.260+0.121j	-	-	-
	$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(q'_i)\cdot\mathcal{F}(g))$	22.8	16.7	25.2	-	-	-
Avec ajout de zéros	**ω [h^{-1}]**	**-0.500**	**-0.333**	**0.167**	**0**	**0.167**	**0.333**
	$\mathcal{F}(q'_i)$	-20.0	5.00+26.0j	25.0+8.66j	20.0	25.0-8.66j	5.00-26.0j
	$\mathcal{F}(g)$	1.05	-0.260-0.121j	0.835+2.02j	3.24	0.835-2.02j	-0.260+0.121j
	$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(q'_i)\cdot\mathcal{F}(g))$	9.05	29.1	25.2	13.8	-12.4	0

Comme le montre le tableau 1, le phénomène de repliement temporel peut mener à des erreurs significatives sur l'évaluation du produit de convolution. En effet, dans le cas où aucun zéro n'est ajouté, les résultats pour t = 1 h et t = 2 h sont tout à fait différents des résultats du cas où des zéros ont été ajoutés.

La marche à suivre pour l'utilisation de la méthode par transformé de Fourier est illustrée à la figure 6. Lors de l'utilisation de la méthode par transformé de Fourier, il est d'abord nécessaire de calculer les incréments de taux d'extraction de chaleur (a) et d'évaluer la *g-function* (b) à tous les pas de temps de la simulation. Ensuite, un nombre de zéros égal au nombre de pas de temps dans la simulation est ajouté aux incréments de taux d'extraction de chaleur ainsi qu'aux valeurs de la *g-function* pour former deux vecteurs dont les longueurs sont égales à $2n_t$. Les transformés de Fourier des deux vecteurs sont calculées (c et d) et les deux vecteurs résultants sont multipliés terme à terme (e). Finalement, la transformée de Fourier inverse du résultat est calculée au moyen d'un algorithme FFT inverse (f). Seuls les n_t premiers termes correspondants aux pas de temps de la simulation sont conservés et la température à la paroi des puits est obtenue à l'aide de l'équation (4).

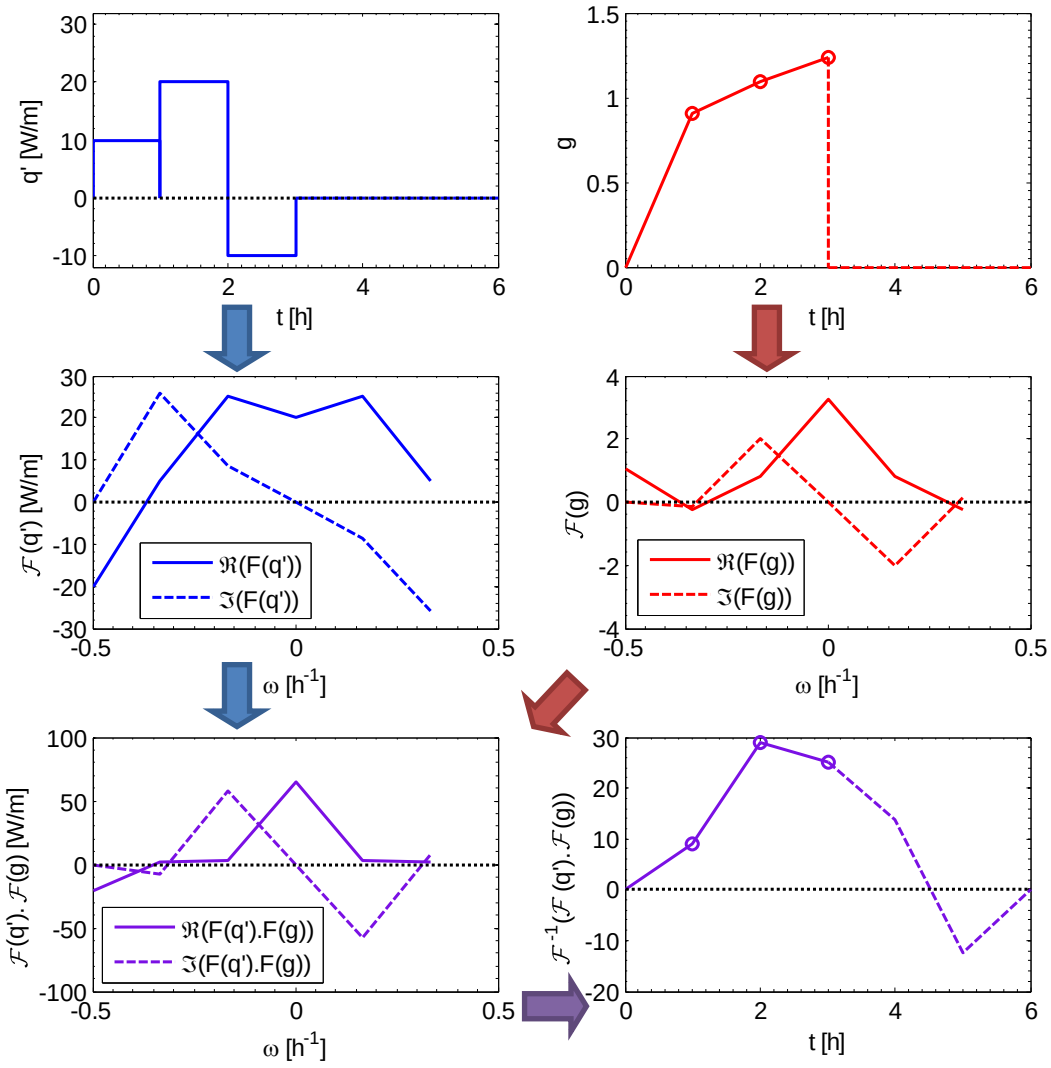

Figure 6 : Illustration de la méthode par transformée de Fourier

Température du fluide

La méthode la plus simple pour calculer la température moyenne du fluide dans le champ de puits géothermiques est de considérer la résistance thermique des puits R_b en régime permanent. Cette méthode néglige par contre l'effet de la capacité thermique des matériaux de remplissage des puits. Il existe des modèles numériques et des modèles analytiques permettant d'en tenir compte. Une revue et une comparaison des modèles a été produite par Javed et al. (2010).

La résistance thermique lie la température à la paroi des puits T_b et la température moyenne du fluide T_f:

$$T_f = T_b - q \cdot R_b, \tag{5}$$

où q est le taux d'extraction de chaleur par unité de longueur de puits. Lors d'une simulation, la température moyenne du fluide T_f est calculée à chaque pas de temps à partir de la température à la paroi du puits T_b et du taux d'extraction de chaleur q calculés pour le pas de temps courant.

3 Simulation

Afin d'illustrer l'utilisation de la méthode par transformée de Fourier pour des simulations annuelles, on considère un bâtiment relié à un champ de 6 par 3 puits géothermiques par l'intermédiaire d'une pompe à chaleur (PAC) tel qu'illustré à la figure 1. Les puits ont une longueur $H = 110$ m, un rayon $r_b = 0.055$ m et sont uniformément espacés d'une distance $B = 11$ m. Le sol a une conductivité thermique $k_s = 2$ W/m.K, une diffusivité thermique $\alpha_s = 1 \cdot 10^{-6}$ m^2/s et une température non-perturbée $T_g = 10$ °C. Les puits ont une résistance thermique $R_b = 0.09$ m.K/W.

Le taux d'extraction de chaleur par unité de longueur q est montré à la figure 7. Il est obtenu en divisant la charge totale extraite du sol Q issue des simulations horaires d'un bâtiment fictif par la longueur totale des puits dans le champ, soit 1 980 m.

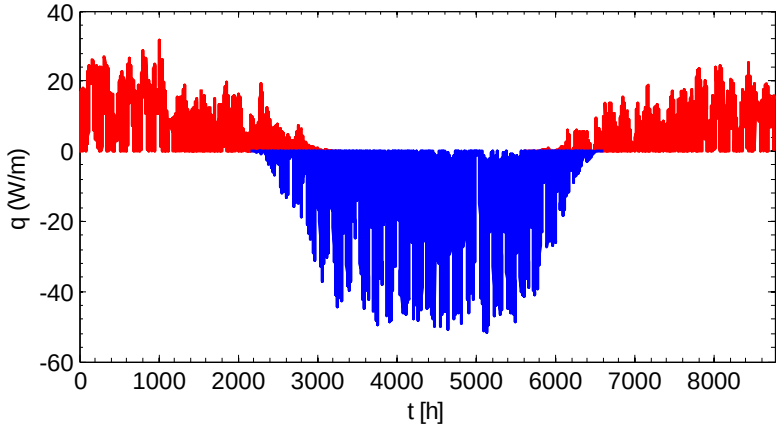

Figure 7 : Variation du taux d'extraction de chaleur horaire par unité de longueur de puits au cours d'une année

Comme le montre la figure 7, le bâtiment considéré est dominé par les besoins de climatisation. En effet, la charge maximale extraite du sol est de 63.0 kW (31.8 W/m) tandis que la charge maximale injectée dans le sol est de 101.9 kW (51.5 W/m). La quantité de chaleur injectée dans le sol au cours d'une année est plus importante que la quantité de chaleur extraite du sol. En moyenne, le débalancement thermique entre les charges est équivalent à une injection de chaleur de 3.22 kW (1.63 W/m). Par conséquent, la température des puits devrait augmenter d'une année à l'autre.

La méthode d'agrégation des charges multiple et la méthode par transformée de Fourier ont toutes deux été implémentées dans l'environnement Matlab. Les groupes d'agrégation utilisés correspondent à ceux présentés par Bernier et al. (2004), soient $N_h = 12$, $N_d = 48$, $N_w = 168$ et $N_m = 360$. La température moyenne du fluide a été calculée avec les deux méthodes pour un pas de temps d'une heure et des durées de simulation de 1et 20 ans. Les taux d'extraction de la figure 7 sont répétés à chaque année pour toute la durée des simulations.

4 Résultats

La méthode par transformée de Fourier est comparée à la méthode d'agrégation des charges multiple en termes de températures du fluide calculées et de temps de calcul. La figure 8 présente la température moyenne du fluide dans le champ de puits géothermiques pour la

première année de simulation calculée avec chacune des deux méthodes ainsi que la différence entre les résultats obtenus par les deux méthodes.

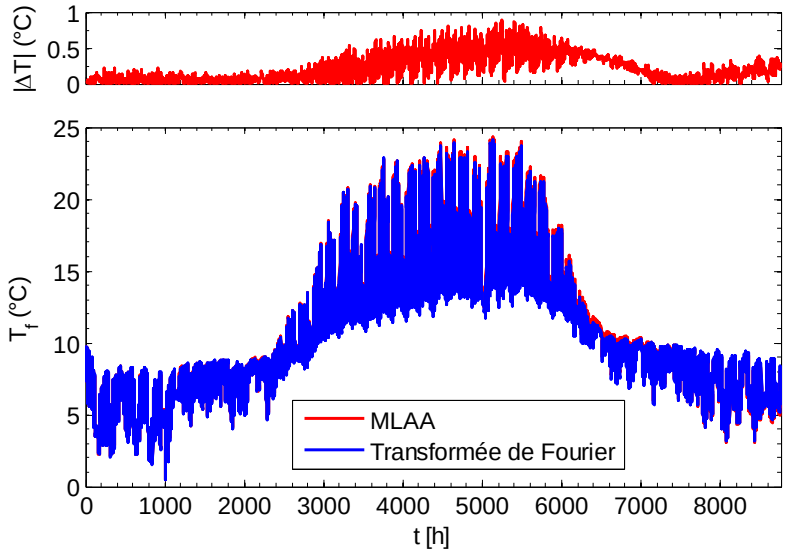

Figure 8 : Variation de la température moyenne du fluide dans le champ de puits géothermiques (en dessous) et différence absolue entre les méthodes (au dessus)

Les deux méthodes donnent des résultats semblables pour la première année de simulation. Les températures maximale et minimale calculées par la méthode d'agrégation des charges multiple sont de 24.1 °C et 0.45 °C tandis que celles calculées par la méthode par transformée de Fourier sont de 24.3 °C et 0.51 °C. La différence maximale entre les deux méthodes est de 0.89 °C et la moyenne quadratique de la différence est de 0.21 °C. La figure 9 montre les températures moyennes du fluide pour une simulation de 20 ans.

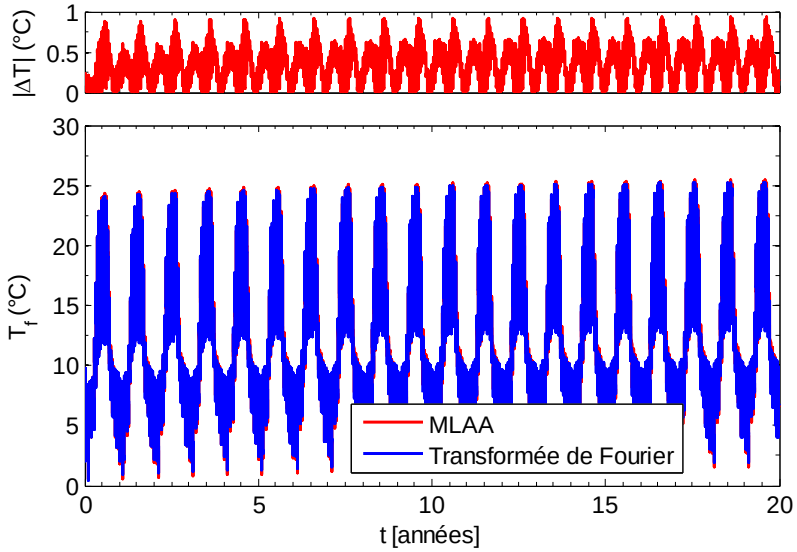

Figure 9 : Variation de la température moyenne du fluide dans le champ de puits géothermiques (en dessous) et différence absolue entre les méthodes (au dessus)

Les températures calculées par les deux méthodes sont aussi semblables lors de simulations de 20 ans. Les températures maximales et minimales calculées pour la dernière année avec la méthode d'agrégation des charges sont de 25.2 °C et 1.98 °C tandis que celles calculées par la méthode par transformée de Fourier sont de 25.5 °C et 1.60 °C. L'écart maximal entre les deux méthodes est de 0.93 °C et se produit lors de la dernière année. La moyenne quadratique de l'écart est de 0.34 °C. L'augmentation des températures du fluide entre la première année et la dernière année est due au débalancement thermique entre la chaleur injectée et la chaleur extraite du sol. Cette augmentation est toutefois relativement faible étant donné que l'espacement entre les puits (B = 11 m) est relativement grand. Les différences observées entre les deux méthodes sont le résultat des approximations faites lors de l'utilisation de la méthode d'agrégation des charges multiple. À l'opposé de la méthode par transformée de Fourier qui est une solution exacte de l'équation (2), l'agrégation des charges vient modifier les taux d'extraction de chaleur en les moyennant. Ce faisant, les résultats obtenus sont une approximation de l'équation (2). L'écart entre les deux méthodes augmente avec la durée de la simulation puisque le nombre de taux d'extraction qui sont moyennés est plus grand lorsque le nombre d'heures augmente.

Le gain le plus important de l'utilisation de la méthode par transformée de Fourier est au niveau du temps de calcul. En effet, la méthode par transformée de Fourier vient réduire le temps de calcul de plusieurs ordres de grandeur. Le tableau 2 présente le temps requis pour des simulations de 1, 5, 10 et 20 ans.

Tableau 2 : Comparaison des temps de calcul entre la méthode d'agrégation des charges et la méthode par transformée de Fourier

Durée de la simulation	**Temps moyen requis pour le calcul [s]**		**Rapport entre les deux méthodes**
[années]	Méthode MLAA	Méthode par transformée de Fourier	**[-]**
1	1.02	0.0028	364
5	11.1	0.013	854
10	44.5	0.031	1435
20	218	0.063	3460

Les temps de calcul présentés au tableau 2 diffèrent des résultats présentés par Bernier et al. (2004) et Marcotte et Pasquier (2008). En effet, les temps présentés par les auteurs incluent l'évaluation des modèles analytiques pour l'approximation de la *g-function* tandis que le tableau 2 ne présente que le temps requis pour effectuer la superposition temporelle telle que présentée aux équations (2, 4). Néanmoins, le tableau 2 montre des diminutions du temps requis pour le calcul de plus de trois ordres de grandeur. La diminution devient plus importante lorsque la durée de la simulation augmente.

5 Discussion

La comparaison entre la méthode d'agrégation des charges multiple et la méthode par transformé de Fourier a montré qu'il est possible de réduire significativement le temps de calcul par l'emploi de méthodes spectrales. Cependant, il est important de noter que la réduction du temps de calcul est surtout due au fait que la méthode par transformée de Fourier calcule la température à tous les pas de temps de la simulation en une seule opération tandis que la méthode d'agrégation des charges multiple nécessite d'effectuer un calcul à chaque pas de temps.

Compte tenu de cette dernière particularité, il peut être difficile d'intégrer la méthode par transformée de Fourier aux logiciels de simulation couramment utilisés (eQuest, EnergyPlus). Le fonctionnement de ces logiciels fait en sorte que la température du fluide doit être calculée à chaque pas de temps. La méthode doit alors être employée plus d'une fois pour une même simulation.

Néanmoins, il est possible de considérer l'opération des autres composantes du système géothermique lors de l'utilisation de la méthode par transformée de Fourier. Par exemple, les taux d'extraction de chaleur au sol peuvent être calculés à partir des charges thermiques du bâtiment au moyen d'un processus itératif. En effet, les taux d'extraction de chaleur au sol peuvent être estimés à partir du coefficient de performance (COP) nominal de la pompe à chaleur. Ensuite, les températures du fluide peuvent être calculées par la méthode par transformée de Fourier. Les COP de la pompe à chaleur en opération peuvent alors être déduits des températures du fluide et les véritables taux d'extraction de chaleur peuvent être calculés. Finalement, le calcul est répété à quelques reprises afin d'obtenir une bonne précision sur les températures du fluide.

6 Conclusions

La méthode d'agrégation des charges multiple (Bernier et al. 2004) et la méthode par transformée de Fourier (Marcotte & Pasquier 2008) ont été présentées et illustrées au moyen d'exemples simples. Les deux méthodes ont été implémentées dans Matlab et leur performance en termes de temps de calcul et de précision ont été comparées pour des simulations horaires sur des périodes de 1, 5, 10 et 20 ans. Il a été montré que la méthode par transformée de Fourier permet de réduire le temps de calcul de plus de trois ordres de grandeur comparativement à la méthode d'agrégation des charges multiple. En plus de la réduction du temps de calcul, la méthode par transformée donne une meilleure précision sur le calcul des températures du fluide puisqu'aucune valeur n'a été moyennée contrairement à la méthode d'agrégation des charges multiple. La méthode calcule en fait la solution exacte à la superposition temporelle des taux d'extraction de chaleur (équation (2)).

7 Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le réseau stratégique CRNSG sur les bâtiments intelligents à consommation nette zéro pour son appui financier ainsi que la Coalition canadienne de l'énergie géothermique qui a octroyé une bourse aux cycles supérieurs au premier auteur.

8 Références

Bernier, MA, Pinel, P, Labib, R & Paillot, R 2004, 'A multiple load aggregation algorithm for annual hourly simulations of GCHP systems', *HVAC&R Research*, vol. 10, no. 4, pp. 471-87.

Claesson, J & Javed, S 2011, 'An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time-scales from minutes to decades', *ASHRAE Annual Conference*, Montreal, QC, Canada, vol. 117 pt. 2, pp. 279-88.

Cooley, JW & Tukey, JW 1965, 'An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series', *Math. Comput.*, vol. 19, no. 90, pp. 297-301.

Eskilson, P 1987, 'Thermal Analysis of Heat Extraction Boreholes', PhD thesis, University of Lund.

Fisher, DE, Rees, SJ, Padhmanabhan, SK & Murugappan, A 2006, 'Implementation and validation of ground-source heat pump system models in an integrated building and system simulation environment', *HVAC&R Research*, vol. 12, no. 3A, pp. 693-710.

Javed, S, Claesson, J & Fahlén, P 2010, 'Analytical modelling of short-term response of ground heat exchangers in ground source heat pump systems', *Proceedings of the 10th REHVA world congress; Clima 2010*, Antalya Turkey.

Lamarche, L 2009, 'A fast algorithm for the hourly simulations of ground-source heat pumps using arbitrary response factors', *Renewable Energy*, vol. 34, no. 10, pp. 2252-8.

Lamarche, L & Beauchamp, B 2007, 'A new contribution to the finite line-source model for geothermal boreholes', *Energy and Buildings*, vol. 39, no. 2, pp. 188-98.

Le Roux, J 2007, *La transformée de Fourier et ses applications*, Techniques de l'ingénieur, viewed 16 novembre 2011, <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/sciences-fondamentales-th8/mathematiques-pour-l-ingenieur-ti052/la-transformee-de-fourier-et-ses-applications-partie-1-af1440/>.

Lund, JW, Freeston, DH & Boyd, TL 2011, 'Direct utilization of geothermal energy 2010 worldwide review', *Geothermics*, vol. 40, no. 3, pp. 159-80.

Marcotte, D & Pasquier, P 2008, 'Fast fluid and ground temperature computation for geothermal ground-loop heat exchanger systems', *Geothermics*, vol. 37, no. 6, pp. 651-65.

Thompson, A 2010, 'Geothermal development in Canada: Country update', *World Geothermal Congress 2010*, Bali, Indonésie.

Yavuzturk, C, Chiasson, AD & Nydahl, JE 2009, 'Simulation model for ground loop heat exchangers', *ASHRAE Annual Conference*, Louisville, KY, United states, vol. 115, pp. 45-59.

Yavuzturk, C & Spitler, JD 1999, 'A short time step response factor model for vertical ground loop heat exchangers', *ASHRAE Annual Conference*, Seattle, WA, USA, vol. 105, pp. 475-85.

Zeng, HY, Diao, NR & Fang, ZH 2002, 'A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchangers', *Heat Transfer - Asian Research*, vol. 31, no. 7, pp. 558-67.